

Teoretická informatika

1. Vzťahy medzi zložitostnými triedami (complexity ZOO)
 - základné vety o zložitosti (Savitchova veta, veta o zrýchlení, gap theorem, ...)
 - P, NP, PSPACE, APX, IP, BPP, ZPP, RP
 - polynomiálna hierarchia
 - úplné problémy
 - PSPACE a kontextové gramatiky
2. Gödelova veta
 - aritmetizácia syntaxe
 - súvisiace výsledky
3. Rozhodnuteľnosť
 - problém zastavenia a jeho úplnosť pri many-to-one redukcii
 - rozhodnuteľné a nerozhodnuteľné problémy v Chomského hierarchii
 - funkcia Busy Beaver
 - Postov korešpondenčný problém
 - Riceho vety
4. Rekurzívne a čiastočne rekurzívne funkcie
 - triedy L_{rec} a L_r
 - uzáverové vlastnosti
 - rekurzívne množiny a predikáty
 - univerzálne funkcie a ich zložitosť vzhľadom na príslušnú triedu funkcií
 - funkcia Busy Beaver
5. Modely výpočtov
 - Turingove stroje, Minského stroje, RAM
 - ekvivalencia a simulácie
 - vzťah determinizmu a nedeterminizmu
 - konečné automaty, zásobníkové automaty
 - vzťah P, NP, NPÚ
6. Regulárne jazyky
 - pozícia triedy regulárnych jazykov v Chomského hierarchii
 - ekvivalencia deterministických konečných automatov, nedeterministických konečných automatov a regulárnych gramatík
 - Kleeneho veta a regulárne výrazy
 - Myhillova-Nerodova veta a minimálny automat
 - dokazovanie negatívnych výsledkov o regularite jazykov (pumpovacia lema, pravé syntaktické ekvivalencie, ...)
 - uzáverové vlastnosti
7. Bezkontextové jazyky
 - pozícia triedy bezkontextových jazykov v Chomského hierarchii
 - ekvivalencia bezkontextových gramatík a zásobníkových automatov
 - normálne tvary bezkontextových gramatík (redukovaný, Chomského, prísny Chomského, "bezepsilonový", Greibachovej, ...)

- dokazovanie negatívnych výsledkov o bezkontextovosti jazykov (pumpovacia lema, Ogdenova lema, ...)
 - uzáverové vlastnosti
 - rozhodnuteľné a nerozhodnuteľné problémy pre bezkontextové jazyky
 - algoritmus CYK
8. (Rozšírené) kontextové jazyky
- pozícia triedy kontextových jazykov v Chomského hierarchii
 - ekvivalencia kontextových gramatík a lineárne ohraničených automatov
 - uzáverové vlastnosti a Szelepcsényiho veta
 - rozhodnuteľné a nerozhodnuteľné problémy pre kontextové jazyky
9. Rekurzívne vyčísliteľné jazyky
- pozícia triedy rekurzívne vyčísliteľných jazykov v Chomského hierarchii
 - ekvivalencia frázových gramatík a Turingových strojov
 - uzáverové vlastnosti
 - Riceove vety
10. Preklad
- abstraktný pojem prekladu
 - a-prekladače, nimi realizovaný preklad a zobrazenie jazyka a-prekladačom
 - súvis a-prekladačov s trojicou operácií "homomorfizmus", "inverzný homomorfizmus" a "prienik s regulárnym jazykom"
 - jednoduché prekladové schémy
11. Lineárne programovanie
- simplexová metóda
 - dualita
 - celočíselné lineárne programovanie a jeho využitie na riešenie ťažkých problémov (deterministické zaokrúhľovanie, iterované zaokrúhľovanie,
 - randomizované zaokrúhľovanie + derandomizácia, primárno-duálne metódy)
 - Seidelov, MSW a Clarksonove algoritmy
 - randomizované inkrementálne algoritmy a smplovanie
 - zložitosť
12. Metódy dolných odhadov a príklady využitia
- pumpovacie lemy
 - prechodové postupnosti
 - diagonalizácia
 - counting argument
13. Syntaktická analýza a práca s textom
- deterministické bezkontextové jazyky
 - metódy syntaktickej analýzy
 - príklady použitia syntaktickej analýzy (parser, lexer a súvisiace nástroje)
 - regulárne výrazy
 - vyhľadávanie v texte pomocou konečných automatov a Knuth-Morris-Prattov algoritmus
 -

14. Dátové štruktúry pre prácu s textom

- sufixové stromy a polia
- Burrowsova-Wheelerova transformácia a FM index

15. Testovanie prvočíselnosti a generovanie prvočísel

- Fermatov a Miller-Rabinov test
- Solovay-Strassen

16. Problém splniteľnosti

- NP-úplnosť (Cook-Levin)
- Schöninggov algoritmus na riešenie 3-SATu
- aproximačné algoritmy pre MAX-SAT
- APX-úplnosť MAX-SAT

17. Problém batoha

- NP-ťažkosť
- pseudopolynomiálny algoritmus a FPTAS
- náhodné riešenia (MonteCarlo sampling)

18. Dátové štruktúry pre intervaly

- range minimum query
- lowest common ancestor
- segmentové stromy
- rozsahové stromy

19. Dátové štruktúry pre vyhľadávanie

- AVL stromy
- treap
- skiplist
- splay stromy

20. Hľadanie presnej vs. približnej zhody

- hľadanie výskytov vzorky v texte
- testovanie príslušnosti k množine (napr. hešovaním) vs hľadanie predchodcu (binárne vyhľadávacie stromy)
- približná zhoda vo vyšších dimenziách: rozsahové stromy
- pravdepodobnostné testovanie rovnosti (matíc, polynómov)

21. Náhodné prechádzky a MonteCarlo sampling

- Markovove reťazce, prechodová matica a stacionárna distribúcia
- súvis s vlastnými číslami
- miešanie (variačná vzdialenosť), silne uniformné časy zastavenia
- smplovanie pomocou náhodných prechádzok (náhodné grafy s predpísanými stupňami, náhodné riešenia knapsacku)
- reverzibilné MR a Metropolisov-Hastingsov algoritmus (ako vyrobiť MR s danou stacionárnou distribúciou)
- bayesovská inferencia, MrBayes

22. Modely dátových štruktúr

- amortizovaná zložitosť a potenciálová funkcia (Fibonacci heaps)
- I/O model a B-stromy, cache-oblivious model a statický binárny strom s van Emde Boas rozložením,
- úsporné dátové štruktúry (rank a select)
- pointer machine model a perzistentné štruktúry
- comparison model a dolný odhad zložitosti triedenia
- streaming model

23. Greedy algoritmy a matroidy

- základy teórie matroidov
- problém minimálnej bázy a jeho vzťah ku greedy algoritmom
- hľadanie najlacnejšej kostry
- lineárny smplovací algoritmus pre hľadanie najlacnejšej kostry

24. Hešovanie

- univerzálne rodiny hešovacích funkcií
- perfektné hešovanie ($O(1)$) vyhľadávanie pre statický slovník)
- Bloomov filter
- pravdepodobnostná analýza

25. Triedenie a medián

- lineárny deterministický algoritmus pre medián
- randomizovaný medián s $1.5n$ porovnaniami
- QuickSort - randomizovaná analýza pre koncentráciu pravdepodobnosti
- lineárny algoritmus na konštrukciu sufixového poľa

26. Párenia v grafoch

- Königova teoréma, Hallova teoréma a jej dôsledky
- algoritmus na maximálne páranie v bipartitných grafoch
- randomizované algoritmy
- vzťah párenia a vrcholového pokrytia v bipartitných grafoch
- vrcholové pokrytie vo všeobecných grafoch: NP-úplnosť a aproximovateľnosť
- Edmondsov algoritmus na minimálny 1-faktor

27. Toky v grafoch

- vzťah maximálneho toku a minimálneho rezu
- Fordov a Fulkersonov algoritmus a jeho aplikácie
- celočíselné a grupové toky, súvis s farbeniami
- Gomory-Hu stromy

28. Rezy v grafoch

- vzťah maximálneho toku a minimálneho rezu
- Kargerov algoritmus pre minimálny rez
- NP-ťažké modifikácie minimálneho rezu a ich aproximovateľnosť
- maximálny rez a jeho aproximovateľnosť, semidefinitné programovanie

29. Farbenia grafov

- niektoré NP-úplné problémy

- analýza greedy algoritmu
- Brooksova teoréma, Vizingova teoréma
- farbenie planárnych grafov

30. Hamiltonovské grafy a TSP

- Chvátalova teoréma
- NP-úplnosť rozhodovacieho problému
- TSP a jeho aproximovateľnosť
- Christofidesov algoritmus
- Arorov PTAS pre geometrické inštancie

31. Limitné vety teórie pravdepodobnosti:

- centrálna limitná veta,
- Moivrova-Laplaceova veta,
- slabý zákon veľkých čísel

32. Základy štatistiky

- lineárny regresný model
- základy teórie odhadu parametrov
- testovanie štatistických hypotéz

33. Pravdepodobnostné techniky

- stredná hodnota náhodnej premennej: linearita strednej hodnoty, Markovova a Čebyševova nerovnosť
- Černovove nerovnosti, chvosty (analýza Quicksort algoritmu)
- podmienená pravdepodobnosť, Bayesove vety
- martingale
- vlastnosti náhodných grafov

34. Derandomizácia

- metóda podmienených pravdepodobností
- pseudonáhodné generátory

35. Vnorenia grafov do plôch

- rod grafu
- planarita: Eulerova teoréma, Kuratovského teoréma
- farbenia planárnych grafov
- zložitosť a aproximovateľnosť problémov na planárnych grafoch

36. Náhodnosť a zložitosť

- BPP a polynomiálna hierarchia
- BPP a boolovské obvody
- $PCP[poly, O(1)] = NP$

37. Artur, Merlin a interaktívne dôkazy

- triedy MA a AM
- protokol pre grafový neizomorfizmus so súkromnou a verejnou mincou
- zosilnenie Sipser-Gacsovej vety
- myšlienka $IP = PSPACE$

38. Kombinatorické štruktúry

- permutácie a latinské štvorce
- vyvážené blokové plány a dualita
- špeciálne prípady: diferenčné množiny, Hadamardove matice, konečné projektívne roviny, súvis s rozkladmi grafov
- nevyvážené blokové plány, Steinerovské systémy trojíc